Semplicità, simmetrie e piccole matrici

Sheldon Lee Glashow

Boston University

Quale che possa essere l'opinione che si ha sulla semplicità delle leggi di natura, non ci può esser dubbio che chi ha una qualche convinzione del genere ha un vantaggio reale nella corsa alla scoperta fisica. Non c'è dubbio che ci sono molte semplici connessioni che devono ancora essere scoperte, e chi ha una forte convinzione sull'esistenza di queste connessioni ha una probabilità molto maggiore di trovarle di chi non è affatto sicuro che ci siano.

Percy W. Bridgman, 1927

Queste considerazioni del mio predecessore a Harvard caratterizzano il mio viaggio di scoperta attraverso il mondo delle particelle elementari. Mentre ero alla High School, i miei compagni di classe Gary Feynberg e Steve Weinberg ed io facemmo un precoce tentativo di capire la fisica teorica. Nel farlo, individuammo due approcci complementari: il primo algebrico, l'altro analitico. Questa dicotomia è esemplificata dalla teoria quantistica dell'atomo d'idrogeno, che si separa in modo naturale in una porzione 'angolare' che riguarda le coordinate direzionali dell'elettrone e in una porzione 'radiale' che riguarda la distanza dell'elettrone dal protone. Il primo problema comporta l'uso degli operatori di momento angolare e la si tratta facilmente ed elegantemente algebricamente, mentre il problema radiale comporta la soluzione di un'equazione differenziale.

Si possono spesso classificare i fisici teorici o come predominantemente angolari (come Heisenberg, col suo approccio matriciale alla meccanica quantistica) o prevalentemente radiali (come Schroedinger, con la sua equazione d'onda). Similmente, Richard Feynman fu il più angolare nella sua costruzione diagrammatica della teoria quantistica dei campi, mentre Julian Schwinger fu più radiale o analitico. Agli inizi della mia carriera, ho optato per gli angoli: per un approccio alla fisica basato sulla semplicità, sulla simmetria e su piccole matrici. Seguendo questo principio, ebbi la fortuna di trovare svariate semplici connessioni nella ricerca dei costituenti fondamentali della materia e delle regole secondo le quali interagiscono.

Fui uno dei molti studenti di Schwinger durante gli anni 50. Il mio mentore identificò due caratteristiche comuni alle interazioni forti e deboli che suggerivano la loro origine comune. L'uguaglianza delle cariche di protone ed elettrone, unitamente al successo descrittivo del triangolo di Puppi, indicava che entrambe le interazioni erano universali. Inoltre, potevano entrambe essere mediate da bosoni vettori. La mia tesi di Harvard descriveva un modello elettrodebole basato sul gruppo SO(3), in cui le matrici 3 X 3 agivano su un tripletto di leptoni.

An $SO(3)$ Electroweak Scheme That Failed

$$\mathcal{J}_W \sim (\,\overline{\mu^+} \quad \overline{\nu} \quad \overline{e^-}\,) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu^+ \\ \nu \\ e^- \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{J}_Q \sim (\,\overline{\mu^+} \quad \overline{\nu} \quad \overline{e^-}\,) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu^+ \\ \nu \\ e^- \end{pmatrix}$$

In this scheme, the leptons μ^+, ν and e^- form a weak triplet. What is today called the muon neutrino is the electron's antineutrino. This $SO(3)$ model fails. However, in 1972 Georgi and I found a rather baroque electroweak model based on $SO(3)$... but by then, it was clearly not Nature's way.

Il mio modello incorporava il punto di vista di Schwinger che i neutrini del muone e dell'elettrone dovevano essere diversi. "Se dobbiamo introdurre un numero quantico leptonico," arguiva, "dovrebbe distinguere fra elettroni e muoni della stessa carica." Inoltre, il mio amico di un tempo Gary Feynberg aveva sottolineato che una teoria delle interazioni deboli con un bosone intermedio richiedeva almeno due stati neutrinici. Ma sto divagando. Il fatto vero è che il mio semplice modello falliva. Esso prediceva uno spettro elettronico errato nel decadimento del muone, e non poteva riconciliare le interazioni deboli che violano la parità con le elettromagnetiche che la conservano.

Lasciai Harvard nel 1959 per una posizione post-doc a Copenaghen, in quello che sarebbe in seguito diventato noto come il Bohr Institute. Mentre ero là, trovai un'unificazione elettrodebole che esercitava un certo richiamo, basata sul gruppo SU(2) X U(1) piuttosto che su SO(3). I leptoni levogiri (comprendenti due doppietti) dovevano trasformarsi sotto semplici matrici 2 X 2, mentre i leptoni carichi destrogiri erano singoletti elettrodeboli.

The $SU(2) \times U(1)$ Scheme That Succeeded

Things were simpler than I had imagined. Nature uses even smaller matrices:

$$\mathcal{J}_W \sim (\overline{\nu_e} \quad \overline{e^-}) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L + \ldots$$

$$\mathcal{J}_Q \sim (\overline{\nu_e} \quad \overline{e^-}) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} + \ldots$$

The left-handed electron and its neutrino form a weak doublet. So also do the left-handed muon and its neutrino. So also does the third pair of leptons later to be found. The right-handed charged leptons are SU(2) singlets. But...

- How do the weak intermediaries acquire mass? Weinberg and Salam suggested a partial answer, but this remains a central question in particle physics that the LHC is designed to answer.
- How is the model to be extended to hadrons. And how are strangeness-violating neutral currents to be avoided? For this, we needed the quark hypothesis and the GIM mechanism.
- What about renormalizability? Gerard ’tHooft and Tini Veltman shared a Nobel Prize for solving this problem.

Naturalmente, il mio modello non fu, né poteva essere, preso seriamente fino alla successiva introduzione della rottura spontanea di simmetria da parte di Salam e Weinberg, e al modello a quark di Gell-Mann e Zweig, esteso con l’introduzione del charm.

Ritorniamo agli anni 50 e ricordiamo i punti interrogativi che aleggiavano sulla fisica delle particelle. Pioni e nucleoni sembravano adeguati a descrivere i processi nucleari, ma come inquadrare le particelle strane? Molti ricercatori cercarono una simmetria più alta che includesse isospin e stranezza, ma che potesse inquadrare le curiose molteplicità di barioni e mesoni. Schwinger optò per la ‘Global Symmetry’, uno schema che implicitamente assumeva la simmetria delle interazioni pioniche sotto SO(4) (insieme con un’operazione discreta). Le particelle Σ e Λ formavano una rappresentazione quadridimensionale, i nucleoni e le Ξ un’altra. Tiomno scelse il gruppo SO(7), mentre Behrends e Sirlin favorivano il gruppo eccezionale G2. Nel frattempo, Sakata aveva proposto un modello basato su SU(3), con i nucleoni e la Λ che formavano un tripletto. I restanti barioni, Σ e Ξ, formavano un sestetto incompleto. Nessuno di questi schemi sembrava essere corretto.

Finalmente, nel 1961, mentra occupavo una posizione post-doc a CalTech, Gell-Mann (e, indipendentemente, il mio recentemente scomparso amico Yuval Neeman), vennero fuiori con l’idea buona. Come Sakata, scelsero il gruppo di simmetria SU(3). Tuttavia, mesoni e barioni erano entrambi assegnati alla rappresentazione otto-dimensionale.

Higher Symmetries 1957–1961

Eight spin-1/2 baryons had been discovered. Along with nucleons, there were the hyperons: three Σ’s and the Λ^0, along with two doubly-strange Ξ particles. Could these be described in terms of a more inclusive symmetry group that includes isospin and hypercharge? Many possible schemes were proposed:

Lie Group	*Baryon Rep*	*Proposer(s)*
$SO(7)$	8	J. Tiomno
$SO(4)$	$4 \oplus 4$	J. Schwinger
G_2	$7 \oplus 1$	R. Behrends & A. Sirlin
$SU(3)$	$3 \oplus 6$	S. Sakata
$SU(3)$	8	M. Gell-Mann & Y. Néeman

The Unitary Symmetry scheme won the competition, with spin-1/2 baryons and pseudoscalar mesons both assigned to octuplets of the Eight-Fold Way.

Era l’idea giusta, ma ci sarebbero voluti diversi anni perché fosse generalmente accettata. Ma Sidney Coleman ed io diventammo immediati ed ardenti discepoli dell’Eightfold Way (dell’ottuplice via). Vedemmo come descrivere la teoria con semplici matrici 3 X 3, in luogo delle scomode matrici 8 X 8 di Murray. Usando il nostro trucco, deducemmo una formula di massa di notevole successo, comportante separazioni di origine elettromagnetica nelle masse barioniche (la cui importanza oggi si limita ad un esercizio per graduate students agli inizi).

Coleman-Glashow Ansatz

According to the eight-fold way, the 8 spin-1/2 baryons (as well as the soon-to-be 8 pseudoscalar mesons) formed supermultiplets. Their transformation behavior was expressed in terms of 8×8 matrices. But we found a simpler notation, with the baryons assembled into a much smaller 3×3 matrix:

$$\begin{pmatrix} -\sqrt{2/3}\,\Lambda & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & \sqrt{1/6}\,\Lambda + \sqrt{1/2}\,\Sigma^0 & n \\ \Xi^- & -\Xi^0 & \sqrt{1/6}\,\Lambda - \sqrt{1/2}\,\Sigma^0 \end{pmatrix}$$

From which Sidney Coleman and I deduced a remarkably well satisfied relation among the electromagnetic mass splittings of the baryons:

$$M(\Sigma^-) - M(\Sigma^+) = M(\Xi^-) - M(\Xi^0) + M(n) - M(p)$$

$$8.08 \pm 0.08 \text{ MeV} = 7.77 \pm 0.24 \text{ MeV}$$

Quello che è certo è che i vari stati mesonici e barionici che si scoprivano si inquadravano armoniosamente entro multipletti di SU(3). La scoperta, nel 1964, della particella Ω^- da parte del gruppo di Samios convinse la comunità dell'utilità dell'Eightfold Way, e poco dopo il suo successo fu attribuito alla sottostruttura a quark degli adroni.

Nel frattempo Nicola Cabibbo aveva mostrato come estendere le correnti deboli in modo da descrivere gli adroni, preservando una forma modificata di universalità. La sua corrente debole comportava quello che divenne noto come l'angolo di Cabibbo.

Cabibbo's Weak Hadronic Current
...And Its Neutral Counterpart

$$\mathcal{J}_W \sim (\,u \quad d \quad s\,) \begin{pmatrix} 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{J}_Q \sim (\,u \quad d \quad s\,) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ 0 & -\sin\theta\cos\theta & -\sin^2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

In other words u and d_θ form a weak doublet, while s_θ remains a singlet (where d_θ and s_θ are linear combinations of d and s).

- The model lacks lepton-quark symmetry!

- The strangeness-*violating* neutral current leads to trouble, and would destroy any hope for an electroweak synthesis.

Il modello di Cabibbo implicava che i quark rilevanti per le interazioni deboli erano combinazioni lineari di d ed s. Una combinazione lineare, insieme col quark up, forma un doppietto debole. L'altra combinazione lineare è esclusa dalle interazioni deboli.

Nell'occasione di un ritorno a Copenaghen, nel 1964, Bjorken ed io proponemmo (e chiamammo) il quark charm. Vedemmo che la sua introduzione poteva ripristinare nella teoria la simmetria leptoni-quark. Con l'introduzione di un ulteriore quark, le interazioni deboli avrebbero riguardato due doppietti di leptoni e due simili doppietti di quark. (Più o meno un decennio dopo avremmo trovato che ci sono tre doppietti di ciascuno.

Sei anni dopo l'ipotesi del charm, John Iliopoulos, Luciano Maiani ed io ci rendemmo conto del fatto che il charm aveva un ruolo ben più importante che quello di esercitare un appello estetico. La sua introduzione avrebbe risolto il problema delle correnti neutre con cambiamento di stranezza, così sgombrando la strada verso la teoria elettrodebole.

The GIM Current & Its Neutral Counterpart

$$\mathcal{J}_W \sim (\, u \quad c \quad d \quad s \,) \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ c \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{J}_0 \sim (\, u \quad c \quad d \quad s \,) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ c \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

- Now the quarks form two weak doublets, just as do the leptons. What could be neater?
- With charm, the electroweak theory is easily extended to the hadron sector, without incurring horrid strangeness-changing neutral currents.

La mia avventura successiva implicava matrici 5 X 5. Howard Georgi ed io proponemmo SU(5) come il gruppo unificante di tutte le interazioni delle particelle elementari – forti, deboli ed elettromagnetiche. Era, devo dire, un bellissimo concetto, ma poneva un problema potenziale: prediceva il decadimento del protone. Tuttavia, grazie al lavoro di Howard e dei suoi collaboratori, il tasso del decadimento del protone fu predetto trovarsi vari ordini di grandezza al di sotto del limite misurato.

Grand Unified Theory

"We [propose] that SU(5) is the gauge group of the world— that all elementary-particle forces (strong, weak and electrodynamic) are different manifestations of the same fundamental interaction." ... H. Georgi & S.L. Glashow (1973)

And so, we are led to 5 × 5 matrices, with the leptons and quarks of each family gathered into a vector and an antisymmetric tensor:

$$\begin{pmatrix} \overline{d}_r \\ \overline{d}_g \\ \overline{d}_b \\ \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \qquad \begin{pmatrix} 0 & \overline{u}_b & -\overline{d}_g & d_r & u_r \\ \cdot & 0 & \overline{u}_r & d_g & u_g \\ \cdot & \cdot & 0 & d_b & u_b \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & e^+ \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{pmatrix}_L$$

We know today that this is not quite the correct theory. But many investigators favour one or another of its super-symmetrized versions.

La storia è troppo lunga da raccontare, ma la conclusione è che si cercò il decadimento del protone, ma che esso non fu osservato con il tasso previsto. In effetti, non fu verificato affatto. Chiaramente la nostra teoria, come presentata, è sbagliata. Ma io continuo a credere che la grande unificazione, in qualche forma, forse in una versione supersimmetrica, è un'idea troppo bella per abbandonarla.

Concludo con una breve menzione del lavoro che stiamo conducendo col mio collega della B.U. Andrew Cohen. La nostra congettura è che il gruppo di simmetria spazio-temporale della natura sia più piccolo del gruppo di Poincaré. In particolare, ipotizziamo che sia un certo sottogruppo del gruppo di Lorentz, unitamente alle traslazioni spazio-temporali. La nostra scelta favorita è SIM(2), il più grande sottogruppo proprio del gruppo di Lorentz. Chiamiamo la nostra teoria Relatività Molto Speciale (VSR). Ma, chiederete, come si può osare di abbandonare il gruppo di Lorentz? Forse che la teoria speciale della relatività non è stata verificata con una raffinata precisione? In effetti lo è, ma tutte le conseguenze semplici della relatività speciale sono preservate nella VSR. Inoltre, l'invarianza VSR implica la Lorentz-invarianza nel limite della conservazione di CP, e CP è quasi una simmetria esatta della natura. Cosicché gli scostamenti dall'esatta Lorentz-invarianza ci si aspetta che siano minuscoli.

E che cosa determina la scala degli effetti che violano la Lorentz-invarianza? Forse le masse dei neutrini, suggeriamo. Come ipotesi tentativa, immaginiamo che le masse dei neutrini trovino la loro origine nella VSR. La mia ultima trasparenza spiega che cosa tutto questo ha a che fare con piccole matrici.

Very Special Relativity

We conclude with a return to 2×2 matrices, in the context of my ongoing work with Andrew Cohen. The Lorentz group — the basis to the special theory of relativity — is isomorphic to $SL(2C)$, the group of matrices of the form:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{c}\text{where } a,\ b,\ c,\ d \text{ are complex} \\ \text{and } ac - bd = 1\end{array}$$

The largest proper subgroup of the Lorentz group, SIM(2), is given by the matrices:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{c}\text{where } a,\ b,\ d \text{ are complex} \\ \text{and } ad = 1\end{array}$$

Can SIM(2) be the exact symmetry group of Nature, rather than the Lorentz group?

- Is neutrinoless double beta decay forbidden?
- Is the tritium endpoint spectrum deformed?
- Do electrons have transverse electric dipole moments?
- Do their magnetic moments undergo daily variation?

E così sono giunto alla fine del mio discorso. I miei collaboratori ed io abbiamo usato piccole matrici per disegnare il modello elettrodebole, per sfruttare lo schema della simmetria unitaria, per evidenziare la necessità del charm e il meccanismo GIM, per inventare la grande unificazione, e per cercare violazioni (dell'invarianza di) di Lorentz.
Ci hanno servito bene.