ESAME DI AMMISSIONE AL DOTTORATO IN FISICA XXVI CICLO

Il candidato svolga il tema e **<u>non più di tre</u>** esercizi a scelta tra quelli proposti.

Busta A

Tema:

Il candidato discuta a sua scelta un esperimento fondamentale della Fisica effettuato nel secolo scorso. Si escludano esperimenti legati alla propria attività di ricerca. Si descriva l'esperimento utilizzando **non più di due facciate**.

<u>Esercizio 1:</u>

Una sbarretta omogenea di massa M = 120 g e lunghezza ℓ = 10 cm è in equilibrio su un piano orizzontale liscio. La sbarretta è inizialmente ferma. Su un estremo della sbarretta è applicata una forza istantanea con impulso di modulo $\mathfrak{I}$ = 0.36 N·s perpendicolarmente alla sbarretta e parallelamente al piano orizzontale.

Determinare, all'istante immediatamente successivo alla percussione:

1) la velocità del centro di massa;
2) la velocità angolare della sbarretta;
3) la distanza dal centro di massa del centro istantaneo di rotazione.

<u>Esercizio 2:</u>

Un microscopio composto è uno strumento formato da un sistema di due lenti sottili convergenti: un obiettivo e un oculare con distanze focali pari rispettivamente a 4 mm e 31.25 mm. La distanza tra le due lenti è di 160 mm. L'oggetto è posto nelle vicinanze dell'obiettivo, ad una distanza maggiore della sua distanza focale.

1) Disegnare un diagramma schematico che mostri come viene costruita dal microscopio l'immagine dell'oggetto;
2) a che distanza deve essere posizionato l'oggetto, affinché l'immagine finale sia posta ad una distanza di 25 mm dall'oculare?

3) per la condizione descritta al punto 2), calcolare l'ingrandimento totale del microscopio.

Esercizio 3:

Un antiprotone viaggia all'interno di un acceleratore con un impulso di 1 GeV/c nel sistema del laboratorio. Ad un certo punto collide frontalmente con un protone a riposo. Approssimando sia la massa dell'antiprotone che quella del protone ad 1 GeV/c^2, determinare:

1) l'energia totale coinvolta nell'urto rispetto al sistema del centro di massa;

2) Il fattore relativistico γ del sistema di riferimento del centro di massa rispetto al sistema del laboratorio;

3) Supponendo che la metà dell'energia disponibile nell'urto crei una particella a riposo che decade in due fotoni entrambi con energia di 1.1 GeV nel sistema del laboratorio, determinare l'angolo ϑ tra i due fotoni nel sistema del laboratorio.

Esercizio 4:

Un gas perfetto di N particelle identiche di massa m è racchiuso entro un recipiente di volume V all'equilibrio termico alla temperatura assoluta T. Ad un certo istante una piccola apertura di area σ si produce sulla superficie del contenitore. Si supponga che il moto delle particelle del gas sia non relativistico e che la densità e la temperatura del gas all'equilibrio termico siano tali che tutti gli effetti quantistici possano essere trascurati.

1) Specificare le condizioni sotto le quali gli effetti quantistici divengono trascurabili e scrivere la distribuzione di probabilità nello spazio delle fasi di singola particella.

2) Calcolare la rapidità d'effusione, cioè il numero medio di particelle che nell'unità di tempo escono attraverso l'apertura.

3) Assumendo che l'effusione sia così lenta e regolare che il gas possa essere sempre considerato in equilibrio termico, determinare legge di diminuzione della densità del gas nel corso del tempo.

Esercizio 5:

Si consideri un atomo d'idrogeno nel suo stato fondamentale. Si calcolino:

1) il valor medio dell'energia potenziale;

2) il valor medio dell'energia cinetica;

3) la densità di probabilità nello spazio degli impulsi.

Esercizio 6:

Un fotone monocromatico polarizzato linearmente viaggia nel vuoto lungo l'asse *OZ* positivo di un riferimento inerziale.

1) Scrivere la relazione di dispersione per questo fotone.

2) Scrivere la funzione d'onda di un tale fotone.

3) Dimostrare perché il suddetto fotone non può decadere in una coppia elettrone-positrone.

ESAME DI AMMISSIONE AL DOTTORATO IN FISICA XXVI CICLO

The applicant shall develop the proposed theme and **<u>no more than three</u>** of the proposed exercises.

Envelope A

Theme:

The applicant shall discuss a fundamental experiment in the Physics of the twentieth century. The applicant should avoid describing any personal research experience. The experiment must be described in **no more than two pages**.

<u>Exercise 1:</u>

A homogeneous small rod M = 120 g in mass and ℓ = 10 cm in length is in equilibrium onto a homogeneous horizontal plane without friction. The rod is initially at rest. An instantaneous force is applied to one of the two ends perpendicularly to the rod and parallel to the plane. The impulse of the force has module $\Im$ = 0.36 N·s.

Calculate, at an instant just after the percussion:

1) the center of mass velocity;
2) the angular velocity of the rod;
3) the distance of the instantaneous rotation center to the center of mass.

<u>Exercise 2:</u>

A compound microscope is an instrument which consists of a system of two thin converging lenses: an objective and an ocular with focal length of 4 mm and 31.25 mm, respectively. The distance between the two lenses is 160 mm. The object is positioned near the objective at a distance greater than its focal length.

1) Draw a schematic ray diagram which shows how the image formed by the microscope is constructed.
2) At which distance the object has to be located, for having the final image formed by the microscope at a distance of 25 cm from the ocular?
3) For the condition described at point 2, which is the overall magnification of the microscope?

Exercise 3:

An antiproton travels inside an accelerator with a momentum of 1 GeV/c in the laboratory frame. At a certain point it collides frontally with a proton at rest. Approximating both the proton and antiproton masses to 1 GeV/c^2, determine:

1) the total energy involved in the collision in the centre of mass frame;

2) the relativistic factor γ of the centre of mass frame with respect to the laboratory frame;

3) Supposing that half of the energy available in the collision creates a particle at rest that decays in two photons both with an energy of 1.1 GeV in the laboratory frame, determine the ϑ angle between the two photons in the laboratory frame.

Exercise 4:

A perfect gas of N particles of mass m is enclosed in a large vessel of volume V in thermal equilibrium at the absolute temperature T. At a certain time, a very small hole of area σ does appear on the surface of the vessel. Suppose the particle motion to be nonrelativistic and that the density and temperature of the gas at thermal equilibrium are such that all the quantum mechanical effects could be disregarded.

1) Specify the conditions for all quantum effects to become negligible and write the probability distribution in the one particle phase space.

2) Find the effusion rapidity, i.e. the average number of particles per unit of time that leave the vessel through the hole.

3) Assuming that the effusion is so slow and smooth that the gas can be always considered in an equilibrium state, determine the rate of decreasing for the gas density.

Exercise 5:

Consider an hydrogen atom in its lowest energy state and calculate:

1) the average value of the potential energy;

2) the average value of the kinetic energy;

3) the probability density in momentum space.

Exercise 6:

A monochromatic linearly polarized photon is traveling in vacuum along the positive *OZ* axis of an inertial reference frame.

1) Write the dispersion relation for this photon.

2) Write the wave function of the photon.

3) Explain why the photon cannot decay into an electron positron pair.

ESAME DI AMMISSIONE AL DOTTORATO IN FISICA XXVI CICLO

Il candidato svolga il tema e **non più di tre** esercizi a scelta tra quelli proposti.

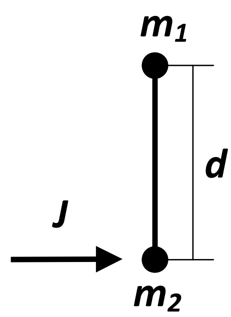
Busta B

Tema:

Il candidato discuta a sua scelta un esperimento fondamentale della Fisica effettuato nel secolo scorso. Si escludano esperimenti legati alla propria attività di ricerca. Si descriva l'esperimento utilizzando **non più di due facciate**.

Esercizio 1:

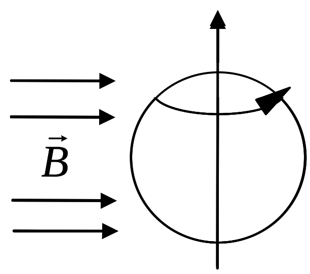
Due palline, aventi masse $m_1 = 1\ kg$, $m_2 = 3\ kg$ e dimensioni trascurabili, sono appoggiate su un piano orizzontale privo di attrito. Le palline sono collegate da una fune inestensibile di lunghezza $d = 4\ m$ e massa trascurabile. Inizialmente le palline sono in quiete e la fune è completamente distesa. All'istante t_0 la pallina 2 (di massa m_2) subisce un impulso $\boldsymbol{J}$, il cui vettore giace sul piano orizzontale ed è perpendicolare alla direzione della fune, e inizia a muoversi: la velocità iniziale istantanea della pallina 2 ha modulo $v_0 = 2\ m/s$.



1) Calcolare la velocità e l'accelerazione del centro di massa del sistema.
2) Dire di che tipo è il moto delle due palline rispetto al centro di massa e calcolarne la sua velocità angolare.
3) Determinare la tensione T della fune.

Esercizio 2:

Una spira circolare ruota attorno ad un suo diametro, con una velocità angolare costante $\omega=10\ rad/s$. La spira si trova in una regione dove è presente un campo di induzione magnetica uniforme, diretto perpendicolarmente all'asse di rotazione della spira e di modulo costante pari a $|\vec{B}| = 1.0\,T$. Nell'ipotesi che il raggio della spira sia $r=10\ cm$ e la sua



resistenza *R=10 Ω*, determinare:

1) la corrente indotta sulla spira in funzione del tempo;

2) l'energia dissipata per effetto Joule in un intervallo di tempo pari a $t = \frac{2\pi}{\omega}$;

3) Il campo magnetico totale al centro della spira.

Esercizio 3:

Una particella neutra decade in due fotoni di energia 1310 MeV e 700 MeV a un angolo relativo $\vartheta = 60°$.

Determinare:

1) Il modulo dell'impulso iniziale della particella;

2) la massa della particella;

3) gli angoli fra la direzione di volo della particella neutra e i due fotoni emessi.

Esercizio 4:

Un solido paramagnetico di volume *V* è costituito da un reticolo cristallino di *N* siti, in ognuno dei quali è posto un atomo di momento magnetico

$$\boldsymbol{\mu}_i = \mu \cdot \boldsymbol{\sigma} \qquad \forall i = 1,2,\ldots,N$$

ove $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ sono le matrici di Pauli, $\mu \equiv e\hbar / 2m_e c$ è il magnetone di Bohr, essendo m_e la massa dell'elettrone e $-e$ ($e > 0$) la sua carica. Il solido cristallino è posto in un campo magnetico uniforme di intensità $B > 0$ lungo la direzione dell'asse *OZ* positivo e si trova all'equilibrio termico alla temperatura assoluta *T*.

1) Calcolare la magnetizzazione *M(T,B),* cioè il momento magnetico medio per unità di volume.

2) Calcolare la suscettività magnetica medio in campo debole

$$\chi_m \equiv \left(\frac{\partial M}{\partial B} \right)_{B=0}$$

e specificarne le dimensioni nel sistema di unità di misura C.G.S.

3) Confrontare il risultato con quello della meccanica classica in cui il momento magnetico degli atomi è un vettore ordinario.

Esercizio 5:

Una particella non relativistica senza spin di massa m è libera di muoversi su di un segmento $-L \le x \le L$, che è limitato da due barriere di potenziale impenetrabili poste agli estremi. Si supponga nota la funzione d'onda $\psi(t,x)$ all'istante iniziale $t = 0$.

1) Trovare gli autovalori e le autofunzioni della particella.

2) Calcolare la funzione d'onda negli istanti

$$t = t_1 = \frac{8mL^2}{\pi\hbar} \qquad t = t_2 = \frac{16mL^2}{\pi\hbar}$$

3) Calcolare la probabilità di trovare l'autovalore n-esimo della particella, con n pari, se l'energia della particella viene misurata all'istante $t = t_2$ e la funzione d'onda iniziale risulta essere

$$\phi(0,x) = [2L\sinh(L/\sigma)]^{-\frac{1}{2}} \exp\{x/2\sigma\}$$

Esercizio 6:

Un fotone monocromatico polarizzato linearmente viaggia nel vuoto lungo l'asse OZ positivo di un riferimento inerziale.

1) Scrivere la relazione di dispersione per questo fotone.

2) Scrivere la funzione d'onda per un tale fotone.

3) Si supponga che il fotone urti un elettrone a riposo: ricavare la celebre relazione di Compton

$$\Delta\lambda \equiv \lambda' - \lambda = 2\pi\lambda_e(1-\cos\vartheta)$$

ove λ e λ' sono le lunghezze d'onda del fotone incidente e di quello diffuso rispettivamente, λ_e è la cosiddetta lunghezza d'onda Compton dell'elettrone, mentre θ è l'angolo di diffusione del fotone.

ESAME DI AMMISSIONE AL DOTTORATO IN FISICA XXVI CICLO

The applicant shall develop the proposed theme and **no more than three** of the proposed exercises.

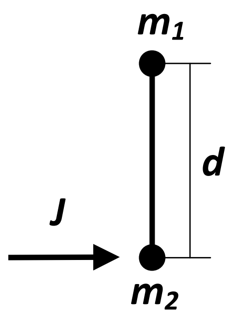
Envelope B

Theme:

The applicant shall discuss a fundamental experiment in the Physics of the twentieth century. The applicant should avoid describing any personal research experience. The experiment must be described in **no more than two pages**.

Exercise 1:

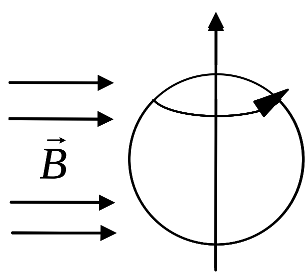
Two point particles, with masses $m_1 = 1\ kg$ and $m_2 = 3\ kg$, lie on a horizontal frictionless surface. The particles are connected together by an inextensible string with length $d = 4\ m$ and negligible mass. The two particles are initially at rest and the string is completely taut. At time t_0 an impulse ***J***, whose vector lies on the horizontal plane, is applied to particle 2 (with mass m_2) in a direction perpendicular to the direction of the string. Particle 2 begins then moving with initial velocity $v_0 = 2\ m/s$.



1) Find the velocity and the acceleration of the center of mass of the system.
2) What kind of motion is the one described by the two particles, with respect to the center of mass of the system? What is its angular speed?
3) Find the tension T of the string.

Exercise 2:

A circular coil rotates around its diameter, with a constant angular velocity $\omega=10\ rad/s$. The coil is in a region where there is a uniform induction magnetic field with direction perpendicular to the coil rotation axis and modulus $|\vec{B}| = 1.0\,T$. In the hypothesis that the radius of the coil measures $r=10\ cm$ and the resistance is $R=10\ \Omega$, determine:



1) the induced current on the coil as a function of the time;

2) the energy dissipated because of the Joule effect in the interval time of $t = \frac{2\pi}{\omega}$;

3) the total magnetic field in the centre of the coil.

Exercise 3:

A neutral particle decays in two photons with energies 1310 and 700 MeV, respectively. The angle between the photons is 60°.

Calculate:

1) the magnitude of the initial impulse of the particle;

2) the mass of the particle;

3) the angles between the flight direction of the neutral particle and the two emitted photons.

Exercise 4:

A paramagnetic solid of volume *V* is made of a crystal lattice of *N* sites, each one being occupied by an atom of magnetic moment

$$\boldsymbol{\mu}_i = \mu \cdot \boldsymbol{\sigma} \qquad \forall i = 1,2,\dots,N$$

where $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ are the Pauli matrices while, $\mu \equiv e\hbar / 2m_e c$ is the Bohr magneton, m_e being the electron mass and *(-e)* the electron charge. The crystal solid is placed in a uniform magnetic field of intensity $B > 0$ along the positive *OZ* axis and is in thermal equilibrium inside a large heat reservoir at the absolute temperature *T*.

1) Calculate the magnetization *M(T,B)*, *i.e.* the mean magnetic moment per unit volume.

2) Calculate the weak field magnetic susceptibility

$$\chi_m \equiv \left(\frac{\partial M}{\partial B} \right)_{B=0}$$

and specify its dimensions in the C.G.S. system of units.

3) Compare the result with that one of classical mechanics in which the magnetic moment of each atom is provided by an ordinary vector.

Exercise 5:

A nonrelativistic spinless particle of mass m is free to move inside the interval $-L \le x \le L,$ which is bounded by two impenetrable cores at $x = \pm L.$ Suppose that the wave function $\psi(t,x)$ is known at the initial time *t = 0*.

1) Find the eigenvalues and the eigenfunctions of the particle.

2) Calculate the wave function at the times

$$t = t_1 = \frac{8mL^2}{\pi\hbar} \qquad t = t_2 = \frac{16mL^2}{\pi\hbar}$$

3) Calculate the probability to find the *n*-th energy eigenvalue, with *n* even, if the energy is measured at the time $t = t_2$ and the normalized wave function at *t = 0* is given by

$$\phi(0,x) = [2L\sinh(L/\sigma)]^{-\frac{1}{2}} \exp\{x/2\sigma\}$$

Exercise 6:

A monochromatic linearly polarized photon is travelling in vacuum along the *OZ* axis of an inertial reference frame.

1) Write the dispersion relation for this photon.

2) Write the wave function of the photon.

3) Suppose the photon hits an electron at rest: prove the famous Compton kinematical relation

$$\Delta\lambda \equiv \lambda' - \lambda = 2\pi\lambda_e(1 - \cos\vartheta)$$

where λ and λ' are the wave lengths of the incident and scattered photons respectively, λ_e is the Compton wave length of the electron, while θ is the photon scattering angle.

ESAME DI AMMISSIONE AL DOTTORATO IN FISICA XXVI CICLO

Il candidato svolga il tema e **non più di tre** esercizi a scelta tra quelli proposti.

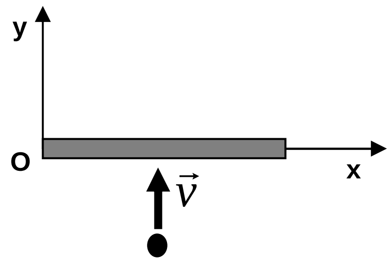
Busta C

Tema:

Il candidato discuta a sua scelta un esperimento fondamentale della Fisica effettuato nel secolo scorso. Si escludano esperimenti legati alla propria attività di ricerca. Si descriva l'esperimento utilizzando **non più di due facciate**.

Esercizio 1:

Un sistema fisico è composto da una sbarra ed un proiettile puntiforme. La sbarra, inizialmente a riposo, giace sul piano orizzontale liscio *xy* ed è incernierata ad esso nel punto *O* (vedi figura). La sbarra è costituita di materiale omogeneo, ha sezione infinitesima, massa $M=1\ kg$, lunghezza $L=1\ m$. Il proiettile, di massa M, si muove sul piano *xy* con una velocità $v=1\ m/s$ perpendicolare alla sbarra (vedi figura) rimanendone attaccato nel suo punto centrale: Calcolare:



1) il vettore velocità angolare ω del sistema dopo l'urto;
2) il modulo della reazione del vincolo;
3) la perdita di energia del sistema.

Esercizio 2:

1) Un condensatore sferico è costituito da due armature di egual centro e raggi $r_1 = 10\ cm$ e $r_2 = 20\ cm$, con un dielettrico interposto di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 4.5$. Calcolare la capacità del condensatore.
2) Si supponga che il dielettrico sia diviso da una serie (infinita) di gusci sottili (di spessore trascurabile) di sfere conduttrici (neutre) concentriche con le armature. Il condensatore può essere schematizzato come una serie di condensatori di spessore infinitesimo dr. Calcolare la capacità.

3) Nelle condizioni del caso 1) se il dielettrico non è perfetto e presenta una resistività $\rho = 1.25\ 107\ \Omega m$, calcolare la resistenza R fra le armature.

Esercizio 3:

Due razzi A e B partono dalla Terra con velocità costante pari a $0.6 \cdot c$ in direzioni opposte. I due razzi hanno sincronizzato gli orologi l'un con l'altro e con la Terra alla partenza. Dopo un anno, misurato nel sistema di riferimento della Terra, dal razzo B viene emesso un segnale luminoso.

1) Dopo quanto tempo il razzo A riceve il segnale emesso da B, così come misurato nel sistema di riferimento terrestre?

2) Dopo quanto tempo il razzo A riceve il segnale emesso da B, così come misurato nel sistema di riferimento solidale al razzo A?

3) Dopo quanto tempo il razzo A riceve il segnale emesso da B, così come misurato nel sistema di riferimento solidale al razzo B?

Suggerimento: può essere conveniente utilizzare un sistema di unità di misura in cui il tempo è misurato in anni e le distanze in anni-luce. In tal caso, c assume valore 1.

Esercizio 4:

Una particella di massa m e carica q si trova immersa in un campo elettrico uniforme diretto lungo l'asse OX positivo e sotto l'influenza di un campo di forze elastico $\mathbf{F} = -K \cdot \mathbf{r}$ ($K > 0$) ove $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ denota il vettore posizione della particella. Il sistema si trova all'equilibrio termodinamico alla temperatura assoluta T.

1) Calcolare il valore medio dell'energia in meccanica classica.

2) Calcolare il valore medio dell'energia in meccanica quantistica.

3) Calcolare la suscettività elettrica media all'equilibrio dell'oscillatore carico e specificarne le dimensioni nel sistema di unità di misura C.G.S.

Esercizio 5:

Una particella non relativistica senza spin di massa m e carica elettrica q si muove nello spazio tridimensionale sotto l'influenza di un campo magnetico uniforme $\boldsymbol{B} = B \cdot \hat{\boldsymbol{k}},\ (B > 0)$ ove $\hat{\boldsymbol{k}}$ denota il versore dell'asse OZ.

1) Scrivere l'operatore hamiltoniano della particella in termini della cosiddetta gauge asimmetrica o di Landau

$$A_x = -B \cdot y \qquad\qquad A_y = A_z = 0$$

2) Trovare lo spettro energetico della particella.

3) Specificare la degenerazione degli autovalori dell'energia.

Esercizio 6:

Il potenziale vettore non abeliano nello spaziotempo tetradimensionale di Minkowski M è un tetravettore a valori matriciali definito da:

$$A_\mu(x) = \sum_{a=1}^{n} A_\mu^a(x) \boldsymbol{\tau}_F^a \qquad (x \in M\,,\, \mu = 0,1,2,3)$$

in cui le matrici hermiteane $\boldsymbol{\tau}_F^a\ (a = 1,2,\ldots n)$ costituiscono i generatori di una rappresentazione fondamentale del gruppo unitario di simmetria interna

$$G = SU(3)_c \otimes SU(2)_f \otimes U(1)_Y$$

ove *c, f, Y* indicano colore, sapore e ypercarica rispettivamente.

Un campo fondamentale di materia come, ad esempio, la prima famiglia di quarks colorati up e down è costituito da un multipletto di campi spinoriali di Dirac che si trasformano secondo una rappresentazione fondamentale del medesimo gruppo di simmetria $SU(3)_c \otimes SU(2)_f \otimes U(1)_Y$.

1) Qual è il valore di n? Perché?

2) Quante componenti, funzioni reali, contiene il potenziale vettore?

3) Quante componenti, funzioni reali, contiene il multipletto di campi di Dirac?

ESAME DI AMMISSIONE AL DOTTORATO IN FISICA XXVI CICLO

The applicant shall develop the proposed theme and **no more than three** of the proposed exercises.

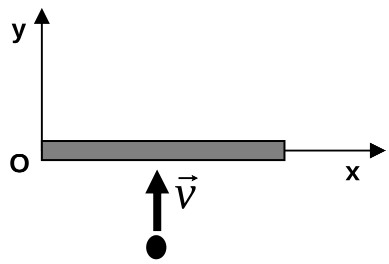
Envelope C

Theme:

The applicant shall discuss a fundamental experiment in the Physics of the twentieth century. The applicant should avoid describing any personal research experience. The experiment must be described in **no more than two pages**.

Exercise 1:

A system is composed by a thin rod and a pointlike bullet. The thin rod, initially at rest, lies on a horizontal perfectly smooth *xy* plane and is fixed to it in the point *O* (see figure). The thin rod is made of homogeneous material, has negligible transverse section, mass *M=1 kg*, length *L=1 m*. The bullet, with mass M, is moving on the plane *xy* with velocity *v=1 m/s* perpendicular to the rod (see figure) and hits the rod remaining attached in its central point. Calculate:



1) the angular velocity vector of the system after the collision;

2) the modulus of the vincular reaction;

3) the energy lost by the system;

Exercise 2:

1) A capacitor is made of two spherical conductors centered in the same point *O* with radii r_1 = *10 cm* and r_2 = *20 cm*, respectively, filled with a dielectric of relative dielectric constant ε_r = *4.5*. Calculate the capacitance.

2) Supposing that the dielectric is divided by a series (infinite) of thin spherical conducting layers (neutral) centered in *O*, calculate the capacitance. Schematize the system as a series of capacitors *dr* in thickness.

3) In the conditions of point 1) if the dielectric is not perfect and presents a resistivity $\rho = 1.25\ 107\ \Omega m$, calculate the resistance R between the two conductors.

<u>Exercise 3:</u>

Two rockets A and B depart from Earth at steady speeds of 0.6 c in opposite directions, having synchronized clocks with each other and with Earth at departure. After one year as measured in Earth's reference frame, rocket B emits a light signal.

1) At what time, in the reference frame of Earth, does rocket A receive the signal?

2) At what time, in the reference frame of rocket A, does rocket A receive the signal?

3) At what time, in the reference frame of rocket B, does rocket A receive the signal?

Hints: it could be convenient to use a system of units in which time is measured in years and distance in light-years, in which case c has a value of 1.

<u>Exercise 4:</u>

A particle of mass m and charge q is under the influence of a constant and homogeneous electric field, pointing towards the positive direction of the OX axis, and of an elastic force $\boldsymbol{F} = -K\cdot\boldsymbol{r}$ $(K > 0)$ where $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ denotes the particle position vector. The system is in thermal equilibrium at the absolute temperature T.

1) Calculate the average value of the energy in classical mechanics.

2) Calculate the average value of the energy in quantum mechanics and specify the regime in which the classical result is recovered.

3) Calculate the electric susceptibility of the charged oscillator and specify its dimension in the C.G.S. system of units.

<u>Exercise 5:</u>

A nonrelativistic spinless particle of mass m and charge q is free to move in the three dimensional space under the influence of a constant and homogeneous magnetic field $\boldsymbol{B} = B\cdot\hat{\boldsymbol{k}},\ (B > 0)$ where $\hat{\boldsymbol{k}}$ denotes the unit vector along the positive OZ axis.

1) Write the hamiltonian operator for the particle in terms of the so called asymmetric gauge choice or Landau gauge, *viz*.,

$$A_x = -B\cdot y \qquad\qquad A_y = A_z = 0$$

2) Find the energy spectrum of the particle.

3) Specify the degeneracy of the energy spectrum.

Exercise 6:

The nonabelian vector potential in the four dimensional Minkowski spacetime *M* is a matrix-valued 4-vector defined by

$$A_\mu(x) = \sum_{a=1}^{n} A_\mu^a(x) \boldsymbol{\tau}_F^a \qquad (x \in M\,,\ \mu = 0,1,2,3)$$

in which the hermitean matrices $\boldsymbol{\tau}_F^a\ (a = 1,2,\ldots n)$ are the generators of a fundamental representation of the internal symmetry unitary group

$$G = SU(3)_c \otimes SU(2)_f \otimes U(1)_Y$$

where *c, f, Y* stand for colour, flavour and Ypercharge respectively.

A fundamental matter field, describing *e.g.* the first family of up and down colored quarks, is a multiplet of Dirac spinor fields transforming according to a fundamental representation of the very same internal symmetry group *G*.

1) What is the value of *n*? Why?

2) How many real functions does contain the vector field multiplet? Why?

3) How many real functions does contain the Dirac spinor field? Why?